

- ENSEIRB -



BASES DE TRANSMISSIONS NUMÉRIQUES

Les modulations numériques

Patrice KADIONIK
kadionik@enseirb.fr
<http://www.enseirb.fr/~kadionik>

TABLE DES MATIERES

1. Introduction	4
2. Les modulations numériques	5
2.1. Définitions et appellations	5
2.2. Principes de modulations numériques	6
3. Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA).....	10
3.1. Modulation par tout ou rien.....	11
3.2. Modulation à "M ETATS"	12
❖ Les constellations "MDA M Symétrique"	12
❖ Chronogramme de "MDA 4 Symétrique"	13
❖ Le spectre de la "MDA M Symétrique"	13
❖ Modulation et démodulation	13
❖ Les performances des "MDA M"	14
3.3. Conclusion sur la MDA	16
4. Modulation par Déplacement de Phase (MDP)	16
4.1. Exemple : La modulation "MDP-2"	18
❖ Chronogramme de LA "MDP-2"	19
❖ Modulation et démodulation	19
❖ Le spectre de la "MDP-2"	20
4.2. Exemple : La modulation "MDP-4"	20
❖ La constellation "MDP-4".....	21
❖ Chronogramme de "MDP-4"	22
❖ Modulation et démodulation	22
4.3. Généralisation aux MDP-M.....	24
❖ Modulation et démodulation	24
❖ Spectre et efficacité spectrale :.....	25
❖ Les performances	25
4.4. Conclusion sur la MDP	27
4.5. Comparaison de la MDA et la MDP	27
5. Modulation d'amplitude sur deux porteuses en quadrature (MAQ)	28
5.1. Les constellations MAQ-M	28
5.2. Modulation et démodulation.....	29
5.3. Efficacité spectrale :.....	30
5.4. "MAQ" : une généralisation de la MDA et de la MDP.....	30
6. Modulation par Déplacement de Fréquence (MDF).....	31
6.1. La modulation MDF à phase discontinue.....	32
❖ Exemple: MDF binaire à phase discontinue	33
6.2. La modulation MDF à phase continue MDF-PC.....	33

❖ Exemple: MDF binaire à phase continue.....	34
6.3. Les performances	35
6.4. Conclusion sur la MDF	36
7. Applications	37
8. Conclusion.....	39
9. Liste des abréviations	40
10. Bibliographie	41

1. INTRODUCTION

Les systèmes de transmission numérique véhiculent de l'information entre une source et un destinataire en utilisant un support physique comme le câble, la fibre optique ou encore, la propagation sur un canal radioélectrique. Les signaux transportés peuvent être soit directement d'origine numérique, comme dans les réseaux de données, soit d'origine analogique (parole, image...) mais convertis sous une forme numérique. La tâche du système de transmission est d'acheminer l'information de la source vers le destinataire avec le plus de fiabilité possible.

Le schéma synoptique d'un système de transmission numérique est donné à la figure 1 où l'on se limite aux fonctions de base :

- La source émet un message numérique sous la forme d'une suite d'éléments binaires.
- Le codeur peut éventuellement supprimer des éléments binaires non significatifs (compression de données ou *codage de source*), ou au contraire introduire de la redondance dans l'information en vue de la protéger contre le bruit et les perturbations présentes sur le canal de transmission (*codage de canal*). Le codage de canal n'est possible que si le débit de source est inférieure à la capacité du canal de transmission (la probabilité d'erreur P_e tend dans ce cas vers 0 d'après les travaux de Hartley - Shannon).
- La modulation a pour rôle d'adapter le spectre du signal au canal (milieu physique) sur lequel il sera émis.
- Enfin, du côté récepteur, les fonctions de démodulation et de décodage sont les inverses respectifs des fonctions de modulation et de codage situées du côté émetteur.

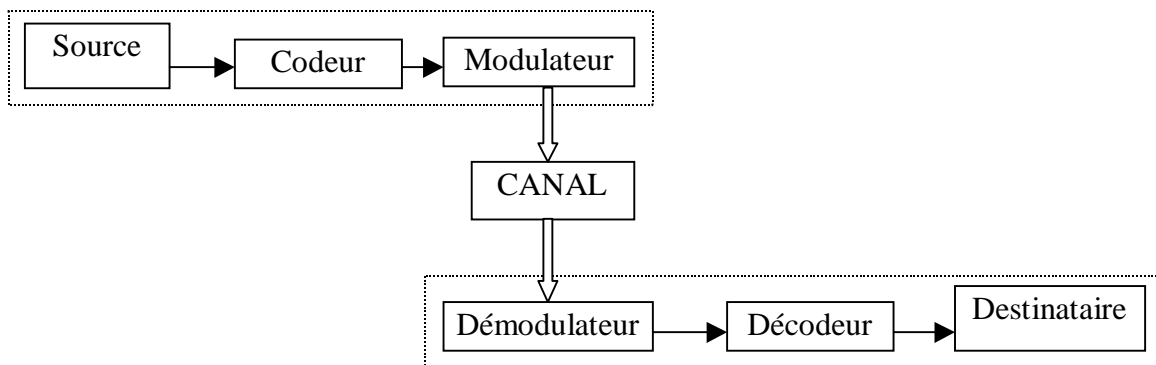


Figure 1 : Schéma d'un système de transmission numérique

Les trois caractéristiques principales permettant de comparer entre elles les différentes techniques de transmission sont les suivantes:

- La probabilité d'erreur P_e par bit transmis permet d'évaluer la qualité d'un système de transmission. Elle est fonction de la technique de transmission utilisée, mais aussi du

canal sur lequel le signal est transmis. Il est à noter que P_e est une valeur théorique dont une estimation non biaisée au sens statistique est le Taux d'Erreur par Bit TEB.

- *L'occupation spectrale* du signal émis doit être connue pour utiliser efficacement la bande passante du canal de transmission. On est contraint d'utiliser de plus en plus des modulations à grande efficacité spectrale.
- *La complexité du récepteur* dont la fonction est de restituer le signal émis est le troisième aspect important d'un système de transmission

2. LES MODULATIONS NUMÉRIQUES

La modulation a pour objectif d'adapter le signal à émettre au canal de transmission. Cette opération consiste à modifier un ou plusieurs paramètres d'une onde porteuse $S(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ centrée sur la bande de fréquence du canal.

Les paramètres modifiables sont :

- L'amplitude : A
- La fréquence : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$
- La phase: φ_0

Dans les procédés de modulation binaire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui ne prends que deux valeurs possibles.

Dans les procédés de modulation M-aire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui prends M valeurs. Ceci permet d'associer à un état de modulation un mot de n digits binaires. Le nombre d'états est donc $M = 2^n$. Ces n digits proviennent du découpage en paquets de n digits du train binaire issu du codeur.

Les types de modulation les plus fréquemment rencontrés sont les suivants :

- Modulation par Déplacement d'Amplitude MDA.
(*Amplitude Shift Keying ASK*).
- Modulation par Déplacement de Phase MDP.
(*Phase Shift Keying PSK*).
- Modulation par Déplacement de Phase Différentiel MDPD.
(*Differential Phase Shift Keying DPSK*).
- Modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature MAQ.
(*Quadrature Amplitude modulation QAM*)
- Modulation par Déplacement de Fréquence MDF.
(*Frequency Shift Keying FSK*).

2.1. Définitions et appellations

- Un *symbole* est un élément d'un alphabet. Si M est la taille de l'alphabet, le symbole est alors dit M-aire. Lorsque M=2, le symbole est dit binaire. En groupant, sous forme d'un bloc, n symboles binaires indépendants, on obtient un alphabet de

$M = 2^n$ symboles M-aires. Ainsi un symbole M-aire véhicule l'équivalent de $n = \log_2 M$ bits.

- *La rapidité de modulation R* se définit comme étant le nombre de changements d'états par seconde d'un ou de plusieurs paramètres modifiés simultanément. Un changement de phase du signal porteur, une excursion de fréquence ou une variation d'amplitude sont par définition des changements d'états.

La "rapidité de modulation" $R = \frac{1}{T}$ s'exprime en "bauds".

- *Le débit binaire D* se définit comme étant le nombre de bits transmis par seconde. Il sera égal ou supérieur à la rapidité de modulation selon qu'un changement d'état représentera un bit ou un groupement de bits.

Le "débit binaire" $D = \frac{1}{T_b}$ s'exprime en "bits par seconde".

Pour un alphabet M-aire, on a la relation fondamentale : $T = nT_b$ soit $D = n R$.

Il y a égalité entre débit de source et rapidité de modulation uniquement dans le cas d'une source binaire (alphabet binaire).

La qualité d'une liaison est liée au *taux d'erreur par bit* :

$$T.E.B = \frac{\text{nombre de bits faux}}{\text{nombre de bits transmis}}$$

On notera la différence entre P_e et TEB. Au sens statistique, on a $P_e = E(TEB)$. TEB tend vers P_e si le nombre de bits transmis tend vers l'infini.

- *L'efficacité spectrale* d'une modulation se définit par le paramètre $\eta = \frac{D}{B}$ et s'exprime en "bit/seconde/Hz". La valeur D est le "débit binaire" et B est la largeur de la bande occupée par le signal modulé. Pour un signal utilisant des symboles M-aires, on aura : $\eta = \frac{1}{T \cdot B} \log_2 M$ bit/sec/Hz. Remarquons que pour B et T donnés, l'efficacité spectrale augmente, comme on pouvait s'y attendre, avec le nombre de bit/symbole $n = \log_2 M$. C'est en effet la raison d'être de la modulation M-aire.

2.2. Principes de modulations numériques

Le message à transmettre est issu d'une source binaire.

Le signal modulant, obtenu après codage, est un signal en bande de base, éventuellement complexe, qui s'écrit sous la forme :

$$c(t) = \sum_k c_k \cdot g(t - kT) = c_k(t) = a_k(t) + j b_k(t) \quad \text{avec } c_k = a_k + j b_k .$$

La fonction $g(t)$ est une forme d'onde qui est prise en considération dans l'intervalle $[0, T[$ puisque t doit vérifier la relation : $kT \leq t < (k+1)T$.

Dans les modulations MDA, MDP et MAQ, la modulation transforme ce signal $c(t)$ en un signal modulé $m(t)$ tel que :

$$m(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \right]$$

La fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ et la phase φ_0 caractérisent la sinusoïde porteuse utilisée pour la modulation.

Si les $c_k(t) = a_k(t) + jb_k(t)$ sont réels ($b_k(t) = 0$), la modulation est dite unidimensionnelle, et s'ils sont complexes la modulation est dite bidimensionnelle.

Le signal modulé s'écrit aussi plus simplement :

$$m(t) = \sum_k a_k(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \sum_k b_k(t) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ou encore : $m(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

en posant : $a(t) = \sum_k a_k(t)$ et $b(t) = \sum_k b_k(t)$

Le signal $a(t) = \sum_k a_k(t)$ module en amplitude la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ et le signal $b(t) = \sum_k b_k(t)$ module en amplitude la porteuse en quadrature $\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Dans la plupart des cas les signaux élémentaires $a_k(t)$ et $b_k(t)$ sont identiques à un coefficient près et ils utilisent la même forme d'impulsion $g(t)$ appelée aussi "formant".

$$a_k(t) = a_k \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b_k(t) = b_k \cdot g(t - kT)$$

Les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$ sont aussi appelés "trains modulants" et s'écrivent :

$$a(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b(t) = \sum_k b_k \cdot g(t - kT)$$

Les symboles a_k et b_k prennent respectivement leurs valeurs dans l'alphabet (A_1, A_2, \dots, A_M) et dans l'alphabet (B_1, B_2, \dots, B_M) .

Le schéma théorique du modulateur est représenté sur la figure 2.

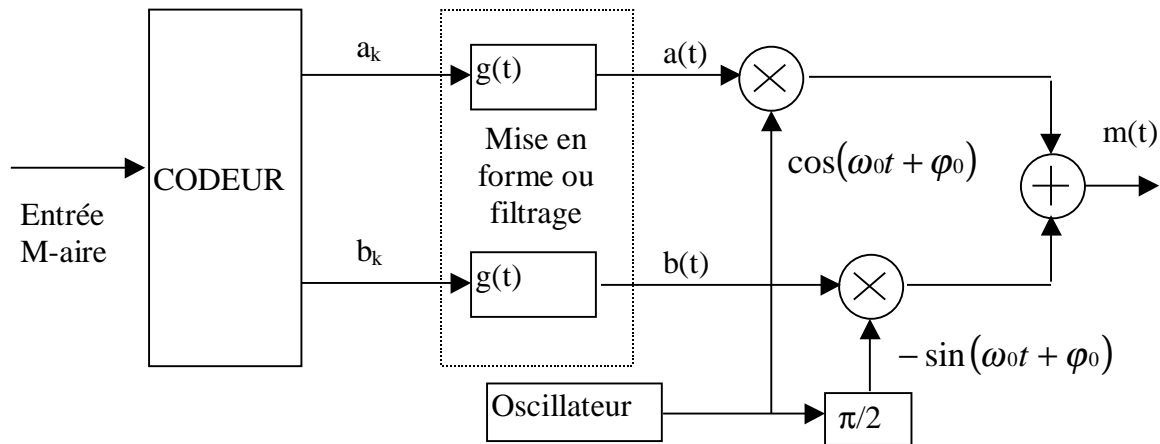


Figure 2 : Forme générale du modulateur

Les différents types de modulations sont définies par les alphabets décrits ici dessus et par la fonction $g(t)$.

A chaque symbole émis correspond un signal élémentaires de la forme :

$$m_k(t) = a_k \cdot g(t - kT) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k \cdot g(t - kT) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

qui peut être représentés (voir figure 3) dans un espace à deux dimensions dont les vecteurs de base sont : $g(t - kT) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ et $-g(t - kT) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ (décomposition de Fresnel).

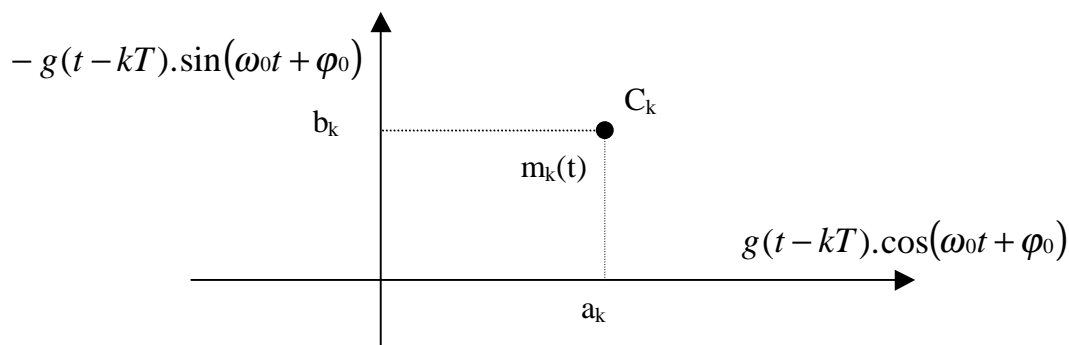


Figure 3 : Position d'un symbole dans le plan de Fresnel

Le signal modulé $m(t)$ véhicule des informations distinctes à travers $a_k(t)$ et $b_k(t)$ qui sont deux signaux en bande de base appelés respectivement *composante en phase* (I en anglais) et *composante en quadrature* (Q en anglais). La récupération de $a_k(t)$ et $b_k(t)$ sera possible uniquement si ces deux signaux sont de bande limitée à l'intervalle $[-B, B]$ avec $B \ll f_0$ (Condition de Rayghley).

Une représentation dans le plan complexe qui fait correspondre à chaque signal élémentaire un point $C_k = A_k + jB_k$ permet de différencier chaque type de modulation. L'ensemble de ces points associés aux symboles porte le nom de **constellation**.

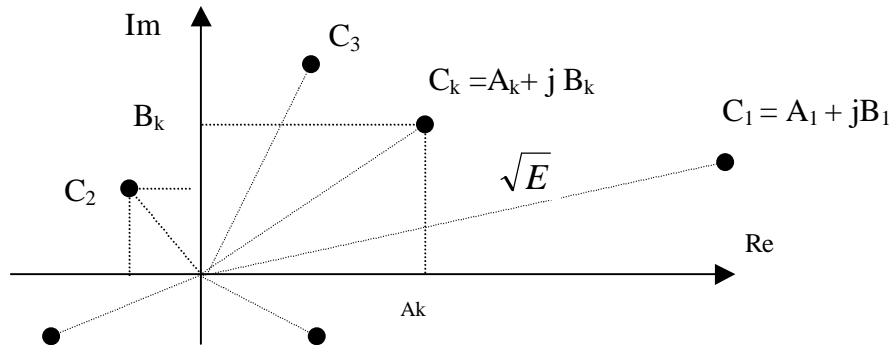


Figure 4 : Définition d'une constellation numérique

Le choix de la répartition des points dépend des critères suivants :

- Pour pouvoir distinguer deux symboles, il faut respecter une distance minimale d_{\min} , entre les points représentatifs de ces symboles. Plus cette distance est grande et plus la probabilité d'erreur sera faible. La distance minimale entre tous les symboles est :

$$d_{\min} = \underset{i \neq j}{\text{Min}}(d_{ij}) \quad \text{avec} \quad d_{ij} = |C_i - C_j|^2$$

Ceci est à rapprocher avec la définition de la distance de Hamming.

- A chaque symbole émis correspond un signal élémentaires $m_k(t)$ et par là même une énergie nécessaire à la transmission de ce symbole. Dans la constellation, la distance entre un point et l'origine est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie qu'il faut fournir pendant l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T[$ pour émettre ce symbole. La puissance moyenne d'émission des symboles est assimilable à $\sum_i |C_i|^2$ et la puissance

$$\text{crête à } \underset{i}{\text{Max}} |C_i|^2.$$

Les deux critères évoqués ci-dessus sont antagonistes puisque l'on serait tenté d'une part d'éloigner les symboles au maximum pour diminuer la probabilité d'erreur et d'autre part, de les rapprocher de l'origine pour minimiser l'énergie nécessaire à la transmission.

Les critères de choix d'une modulation sont :

- La constellation qui suivant les applications mettra en évidence une faible énergie nécessaire à la transmission des symboles ou une faible probabilité d'erreur.
- L'occupation spectrale du signal modulé.
- La simplicité de réalisation (avec éventuellement une symétrie entre les points de la constellation).

Remarque :

Concernant la Densité Spectrale de Puissance (DSP) du signal modulé $m(t)$, certaine formules du cours de Théorie du Signal [3] nous rappelle que si $\alpha_m(t) = x_c(t) + jx_s(t)$ représente le signal en bande de base de $m(t) = \text{Re}[\alpha_m(t).e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}]$ et si $\gamma_{\alpha_m}(f)$ est la densité spectrale de puissance de $\alpha_m(t)$ alors la DSP du signal modulé $m(t)$ sera :

$$\gamma_m(f) = \frac{1}{4} [\gamma_{\alpha_m}(f - f_0) + \gamma_{\alpha_m}(-f - f_0)]$$

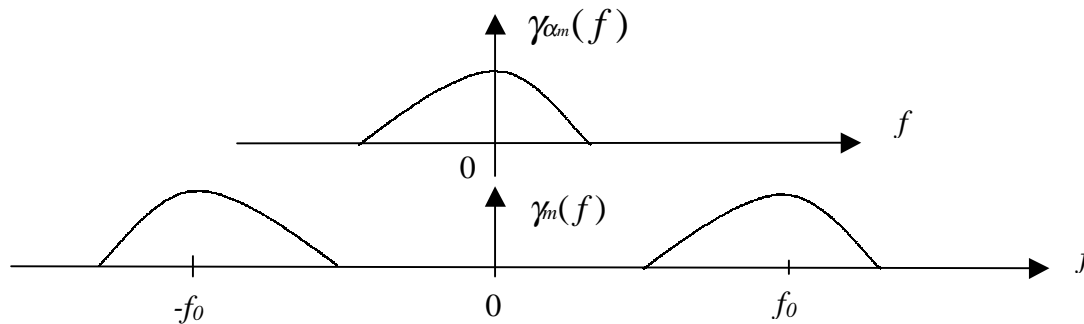


Figure 5 : Densité spectrale de puissance

Lorsque la modulation est linéaire, l'opération de modulation a pour effet dans la plupart des cas de translater la densité spectrale de puissance (DSP) du signal modulant. La DSP du signal modulé $m(t)$ est aussi liée à la forme de l'onde $g(t)$, (qui sera souvent rectangulaire) par sa transformée de Fourier $G(f)$.

3. MODULATION PAR DEPLACEMENT D'AMPLITUDE (MDA)

Les Modulations par Déplacement d'amplitude (MDA) sont aussi souvent appelées par leur abréviation anglaise : ASK pour "Amplitude Shift Keying".

Dans ce cas, la modulation ne s'effectue que sur la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Il n'y a pas de porteuse en quadrature. Cette modulation est parfois dite mono dimensionnelle. Le signal modulé s'écrit alors :

$$m(t) = \sum_k a_k . g(t - kT) . \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

La forme de l'onde $g(t)$ est rectangulaire, de durée T et d'amplitude égale à 1 si t appartient à l'intervalle [0, T[et égale à 0 ailleurs.

Rappelons que le symbole a_k prend sa valeur dans l'alphabet (A_1, A_2, \dots, A_M) . Autrement dit, cet alphabet met en évidence les $M = 2^n$ amplitudes possibles du signal, la valeur n désignant les groupement de n bits ou symboles à émettre. Les changements d'amplitude de la porteuse se produiront au rythme R de la transmission des symboles.

3.1. Modulation par tout ou rien

Un exemple de modulation d'amplitude est la modulation (binaire) par tout ou rien encore appelée par son abréviation anglaise : OOK pour "On Off Keying".

Dans ce cas, un seul bit est transmis par période T , et par conséquent $n=1$ et $M=2$. Le symbole a_k prend sa valeur dans l'alphabet $(0, a_0)$. On observe donc sur un chronogramme des extinctions de porteuse quand $a_k = 0$ (figure 6).

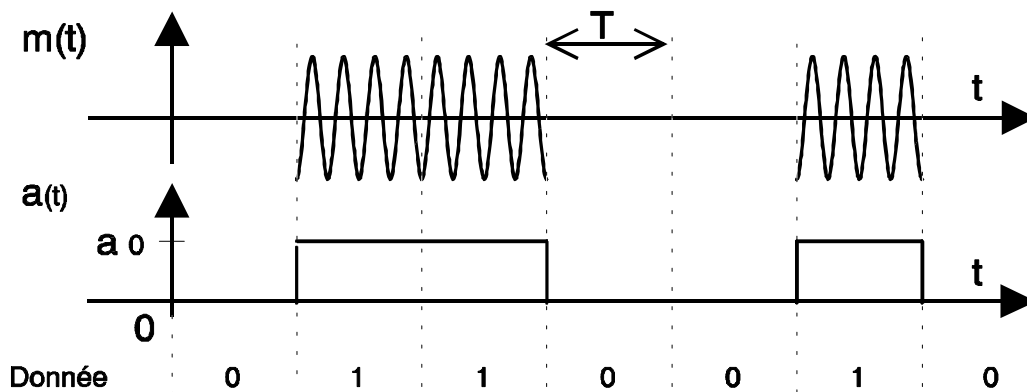


Figure 6 : Modulation d'amplitude par tout ou rien (OOK)

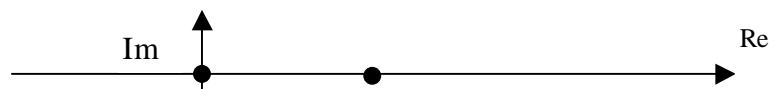


Figure 7 : Constellation de la modulation d'amplitude par tout ou rien (OOK)

A la réception, cette modulation d'amplitude est souvent démodulée par une détection d'enveloppe. En l'absence de bruit, l'élévation au carré du signal $m(t)$ donne un terme à la fréquence $2f_0$ qui sera éliminé par filtrage et un terme en bande de base proportionnel à $\sum_k a_k^2 \cdot g(t - kT)$ qui est porteur de l'information puisqu'il contient a_k .

Le spectre du signal en bande de base est donné par [2] :

$$\gamma_{\alpha_m}(f) = \frac{a_0^2 T}{4} \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2 + \frac{a_0^2}{4} \delta(f)$$

Le spectre du signal modulé est le même décalé de $\pm f_0$ et comporte donc une raie aux fréquences $\pm f_0$.

3.2. Modulation à "M ETATS"

Dans ce cas on utilise plutôt la modulation symétrique.

❖ Les constellations "MDA M Symétrique"

On a toujours $M = 2^n$ amplitudes possibles du signal, mais ici les valeurs de l'alphabet sont telles que :

$$A_i = (2i - M + 1).a_0 \quad \text{avec } i = 1, 2, \dots, M.$$

Suivant les valeurs de n on obtient le tableau suivant :

n	M	Valeurs de l'alphabet
1	2	$-1a_0, 1a_0$
2	4	$-3a_0, -1a_0, 1a_0, 3a_0$
3	8	$-7a_0, -5a_0, -3a_0, -1a_0, 1a_0, 3a_0, 5a_0, 7a_0$

La constellation de la modulation à M états symétriques est donnée figure 8 pour M prenant comme valeurs 2, 4 et 8.

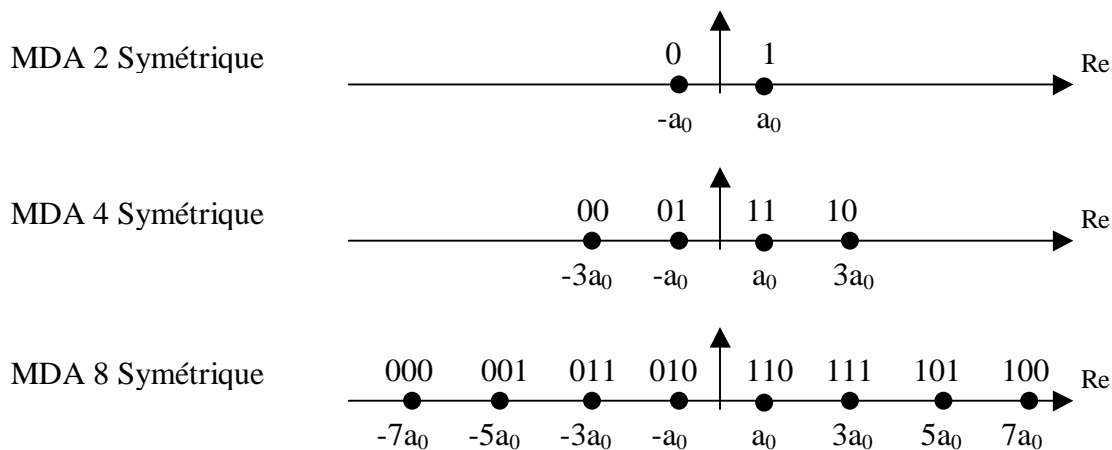


Figure 8 : Constellation de la modulation d'amplitude à M états

On remarquera que la disposition des symboles met en œuvre un code de Gray de telle sorte qu'un seul bit change lorsque l'on passe d'un point à un autre.

❖ Chronogramme de "MDA 4 Symétrique"

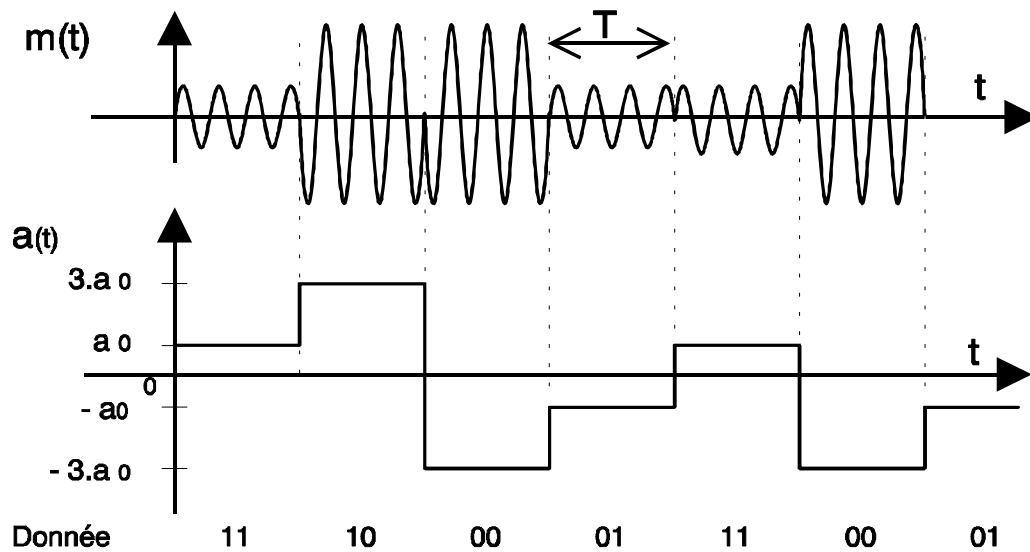


Figure 9 : Modulation d'amplitude MDA 4 Symétrique

La figure 9 met en évidence que deux bits sont transmis simultanément à chaque période T. Elle met aussi en évidence qu'il n'est pas question ici de pratiquer une détection d'enveloppe à la réception.

❖ Le spectre de la "MDA M Symétrique"

Le spectre du signal en bande de base ne présente pas de raie et s'écrit [2] :

$$\gamma_{\text{bn}}(f) = \frac{M^2 - 1}{3} a_0^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2$$

Le spectre du signal modulé est le même décalé de $\pm f_0$

❖ Modulation et démodulation

Les figures 10 et 11 montrent respectivement un synoptique simplifié de la modulation et de la démodulation cohérente sur une seule porteuse.

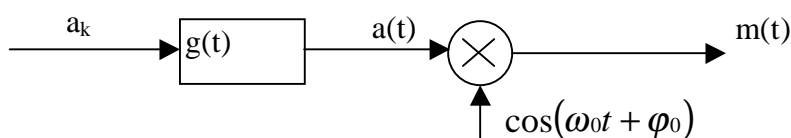


Figure 10 : Modulation sur une seule porteuse

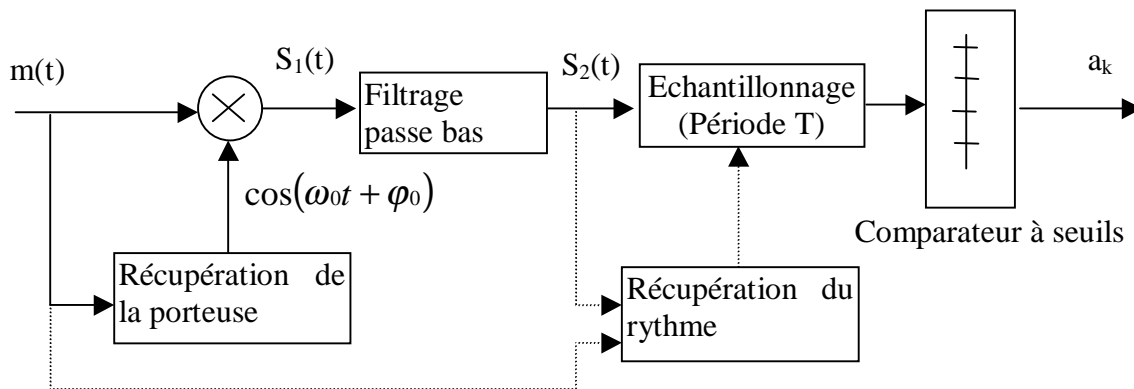


Figure 11 : Démodulation cohérente sur une seule porteuse

Coté récepteur, et en supposant qu'il n'y ait pas de bruit, si on multiplie le signal reçu $m(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ par une onde sinusoïdale issue d'un oscillateur local

$$A_l \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_l) \text{ on obtient : } S_1(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cdot A_l \cos(\omega_0 t + \varphi_l)$$

En développant cette expression et en éliminant le terme en $\cos(2\omega_0 t)$ par filtrage, on

$$\text{obtient : } S_2(t) = \frac{A_l}{2} \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \cdot \cos(\varphi_0 - \varphi_l)$$

Donc, si le récepteur dispose d'un oscillateur local synchronisé en fréquence et en phase sur celui de l'émission, φ_0 sera proche de φ_l et, donc $\cos(\varphi_0 - \varphi_l)$ sera voisin de 1, et par

conséquent $S_2(t) \approx \frac{A_l}{2} \sum_k a_k \cdot g(t - kT)$. Ainsi, le signal $S_2(t)$ est à une homothétie près

égal au train modulant $a(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT)$ qui est lui même le signal porteur de

l'information. Il reste encore au récepteur à récupérer le rythme, de période T, des symboles transmis, à échantillonner le signal $S_2(t)$ au milieu de chaque période, et à décider à l'aide d'un comparateur à (M-1) seuils de la valeur a_k reçu.

❖ Les performances des "MDA M"

Pour pouvoir comparer les différentes modulations entre elles, il est d'usage d'exprimer la

probabilité d'erreur on fonction du rapport $\frac{E_b}{N_0}$ dans lequel :

E_b représente l'énergie émise par bit,

N_0 représente la densité spectrale de puissance de bruit.

En fonction de ce rapport, on trouve en bibliographie [5 p277] que la probabilité d'erreur par

symbole est donnée par la relation :
$$P_s(e) = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M^2-1} \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right)$$

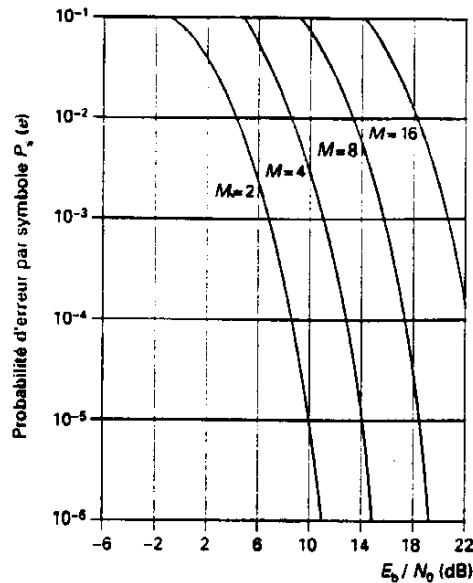


Figure 12 : Probabilité d'erreur par symbole de la MDA

Cette probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$ est tracée en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ et du paramètre M à la figure 12. On peut alors constater que pour conserver une probabilité d'erreur par symbole constante lorsque M augmente, il faut aussi augmenter le rapport $\frac{E_b}{N_0}$; Autrement dit, il faut augmenter l'énergie émise par bit E_b .

Pour $M = 4$, le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ nécessaire à une probabilité d'erreur donnée est 4 dB plus grand

que pour $M = 2$. Pour M grand, le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ doit être augmenté de 6 dB chaque fois que l'on double M c'est-à-dire chaque fois que l'on ajoute un bit par symbole émis.

Du point de vue pratique, c'est la probabilité d'erreur par bit $P_b(e)$ qui est la plus importante à déterminer. Si on néglige la probabilité d'erreur entre symboles non voisins et si deux symboles voisins ne diffèrent que d'un bit (Code de Gray), alors la probabilité d'erreur par bit

$P_b(e)$ peut s'écrire :
$$P_b(e) = \frac{P_s(e)}{\log_2 M}$$
 car avec un symbole erroné, seulement un bit sur $n = \log_2 M$ est erroné.

3.3. Conclusion sur la MDA

La tentation d'augmenter M (c'est à dire le nombre de bits transmis par symbole) est grande mais présente les avantages et les inconvénients suivants :

- L'efficacité spectrale $\eta = \frac{1}{TB} \log_2 M$ augmente, (pour une largeur de la bande B donnée).
- Malheureusement, la probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$ augmente aussi, et, pour ne pas la dégrader, il sera nécessaire d'augmenter l'énergie émise par bit E_b .

Finalement, ce type de modulation est simple à réaliser mais est assez peu employé pour $M > 2$ car ses performances sont moins bonnes que celles d'autres modulations, notamment pour sa résistance au bruit.

4. MODULATION PAR DEPLACEMENT DE PHASE (MDP)

Les Modulations par Déplacement de phase (MDP) sont aussi souvent appelés par leur abréviation anglaise : PSK pour "Phase Shift Keying".

Reprenons l'expression générale d'une modulation numérique :

$$m(t) = \text{Re} \left[\sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \right] \quad \text{avec } c_k(t) = a_k(t) + j b_k(t)$$

Les signaux élémentaires $a_k(t)$ et $b_k(t)$ utilisent la même forme d'onde $g(t)$ qui est ici une impulsion rectangulaire, de durée T et d'amplitude égale à A si t appartient à l'intervalle $[0, T]$ et égale à 0 ailleurs.

$$\text{On a toujours : } a_k(t) = a_k \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b_k(t) = b_k \cdot g(t - kT)$$

$$\text{Soit : } c_k(t) = (a_k + j b_k) \cdot g(t - kT) = c_k \cdot g(t - kT)$$

Dans le cas présent, les symboles c_k sont répartis sur un cercle, et par conséquent :

$$c_k = a_k + j b_k = e^{j\varphi_k} \quad \text{d'où : } a_k = \cos(\varphi_k) \quad b_k = \sin(\varphi_k)$$

$$\text{et : } a_k(t) = \cos(\varphi_k) \cdot g(t - kT) \quad b_k(t) = \sin(\varphi_k) \cdot g(t - kT)$$

On pourrait imaginer plusieurs MDP-M pour la même valeur de M où les symboles seraient disposés de façon quelconque sur le cercle ! Pour améliorer les performances par rapport au bruit, on impose aux symboles d'être répartis régulièrement sur le cercle (il sera ainsi plus facile de les discerner en moyenne). L'ensemble des phases possibles se traduit alors par les expressions suivantes :

$$\varphi_k = \frac{\pi}{M} + k \frac{2\pi}{M} \quad \text{lorsque } M > 2$$

$$\text{et : } \varphi_k = 0 \quad \text{ou} \quad \pi \quad \text{lorsque } M = 2.$$

Remarque :

Les symboles c_k prennent leurs valeurs dans un alphabet de $M > 2$ éléments $\{ e^{j\varphi_k} \}$ où φ_k est défini ci-dessus avec $k = 0, 1, \dots, M-1$. On peut aussi considérer que a_k et b_k prennent simultanément leurs valeurs dans l'alphabet $\{ \cos(\varphi_k) \}$ et $\{ \sin(\varphi_k) \}$.

Le signal modulé devient :

$$m(t) = \text{Re} \left[\sum_k e^{j\varphi_k} \cdot g(t - kT) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \right] = \text{Re} \left[\sum_k g(t - kT) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)} \right]$$

Soit, plus simplement, en ne considérant que l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T[$:

$$m(t) = \text{Re} \left[A \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)} \right]$$

$\begin{aligned} m(t) &= A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k) \\ &= A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos(\varphi_k) - A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sin(\varphi_k) \end{aligned}$
--

Cette dernière expression montre que la phase de la porteuse est modulée par l'argument φ_k de chaque symbole ce qui explique le nom donné à la MDP. Remarquons aussi que la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ est modulée en amplitude par le signal $A \cdot \cos(\varphi_k)$ et que la porteuse en quadrature $\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ est modulée en amplitude par le signal $A \cdot \sin(\varphi_k)$.

L'expression de la MDP montre qu'il s'agit d'une modulation à enveloppe constante ; l'enveloppe étant le module de l'enveloppe complexe. Cette propriété est intéressante pour des transmissions sur des canaux non linéaires, ce qui fait de la MDP un outil de choix par exemple pour les transmissions par satellites. L'intérêt d'avoir un signal modulé à enveloppe constante est que cela permet d'employer les amplificateurs dans leur zone de meilleur rendement qui correspond souvent à un mode de fonctionnement non linéaire.

Ainsi, la disposition des symboles sur un cercle se traduit non seulement par enveloppe constante, mais aussi, par une énergie identique mise en œuvre pour transmettre chaque symbole, ces deux aspects étant bien entendu intimement liés.

On appelle "MDP-M" une modulation par déplacement de phase (MDP) correspondant à des symboles M-aires. La figure 13 montre différentes constellations de MDP pour $M= 2, 4$ et 8 .

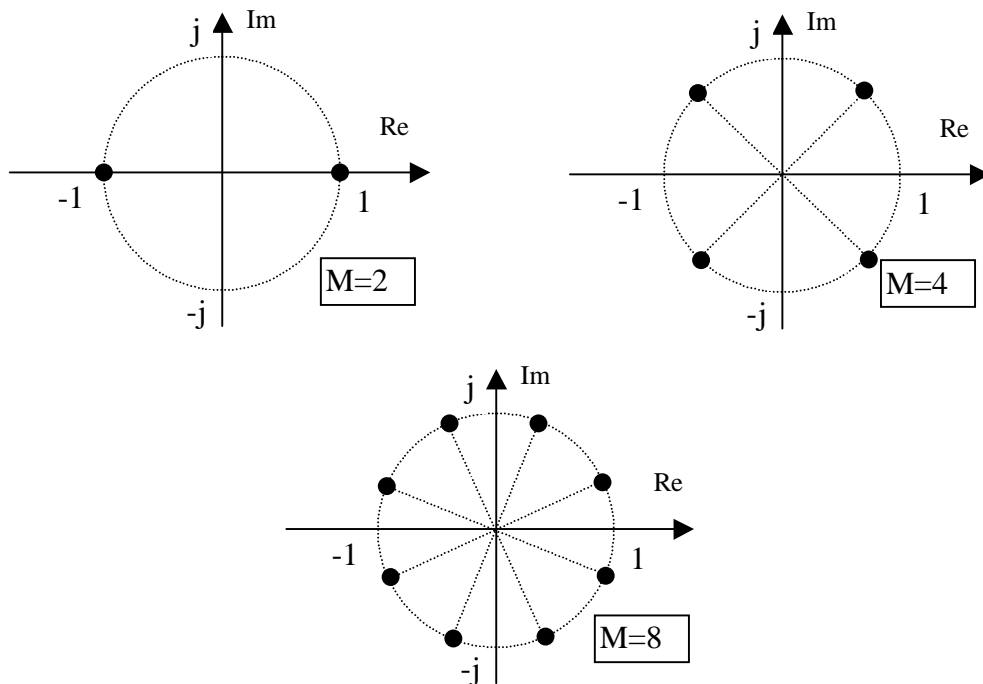


Figure 13 : Constellation des symboles en modulation de phase MDP-M

4.1. Exemple : La modulation "MDP-2"

Un exemple de modulation MDP-M est la modulation MDP-2 encore appelée par son abréviation anglaise : BPSK pour "Binary Phase shift Keying".

C'est une modulation binaire (un seul bit est transmis par période T) :

$$n=1, M=2 \text{ et } \varphi_k = 0 \text{ ou } \pi$$

Le symbole $c_k = e^{j\varphi_k}$ prend donc sa valeur dans l'alphabet $\{-1, 1\}$.

Ici, la modulation ne s'effectue que sur la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. C'est une modulation mono dimensionnelle. Le signal modulé s'écrit alors pour t appartenant à l'intervalle $[0, T[$: $m(t) = \pm A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

La constellation MDP-2 est représentée figure 2. On remarquera que cette modulation est strictement identique à la modulation MDA-2 symétrique.

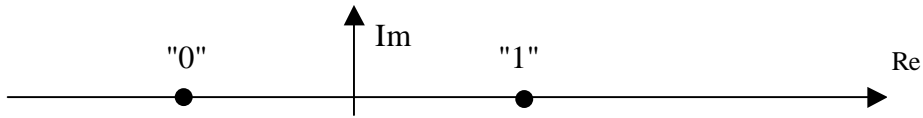


Figure 14 : Constellation de la modulation de phase MDP-2

❖ Chronogramme de LA "MDP-2"

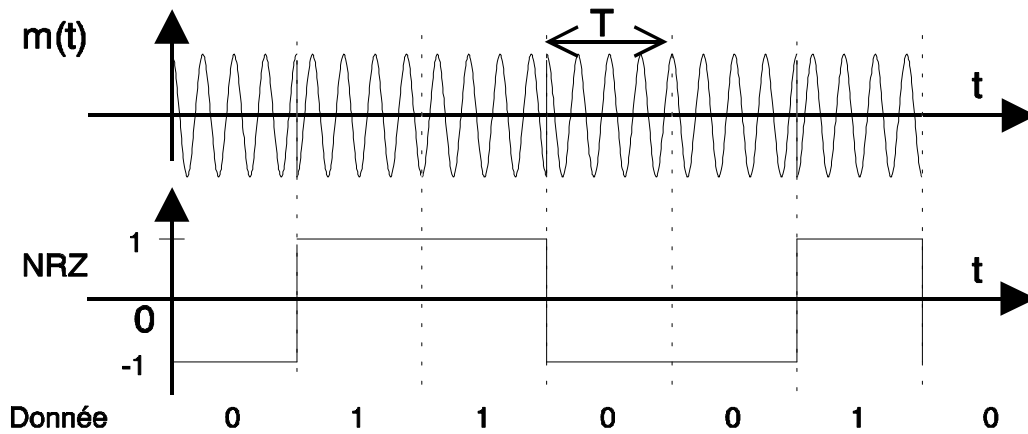


Figure 15 : Chronogramme de la modulation de phase MDP-2

❖ Modulation et démodulation

Le modulateur représenté figure 16 est constitué d'un multiplicateur qui effectue le changement de fréquence sur un train numérique codé en NRZ.

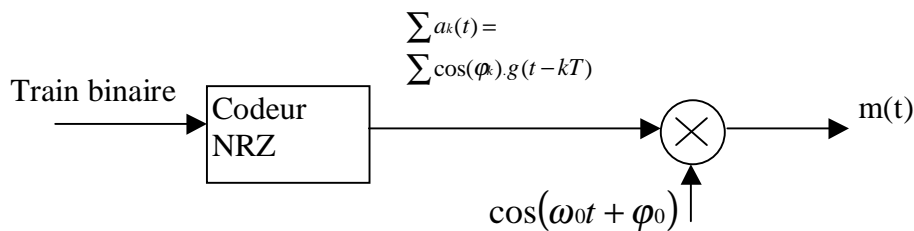


Figure 16 : Modulateur MDP-2

Le récepteur requiert l'utilisation d'une démodulation cohérente : (voir figure 17 le synoptique simplifié du démodulateur MDP-2).

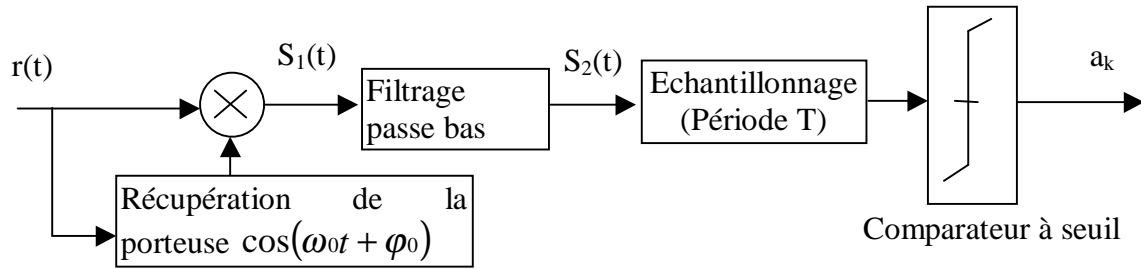


Figure 17 : Démodulateur MDP-2

Soit $r(t) = B \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$ le signal non bruité reçu par le récepteur dans l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T[$. Après multiplication avec la porteuse récupérée, on obtient :

$$S_1(t) = B \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Soit, après filtrage pour éliminer la composante à la fréquence $2f_0$: $S_2(t) = \frac{B}{2} \cdot \cos(\varphi_k)$

Le récepteur doit encore récupérer le rythme des symboles transmis, puis échantillonner le signal $S_2(t)$ au milieu de chaque période. Suivant le symbole émis -1 ou 1, φ_k prend la valeur π ou 0 et le signe de $S_2(t)$ devient négatif ou positif mettant en évidence la donnée binaire reçue "0" ou "1".

❖ Le spectre de la "MDP-2"

Le spectre du signal en bande de base est le spectre de puissance de $g(t)$ qui est ici une impulsion rectangulaire :

$$\gamma_{\omega_n}(f) = A^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2$$

Le spectre du signal modulé est décalé de $\pm f_0$.

4.2. Exemple : La modulation "MDP-4"

Un autre exemple de modulation MDP-M est la modulation MDP-4 encore appelée par son abréviation anglaise : QPSK pour "Quadrature Phase shift Keying".

C'est une modulation d'amplitude à deux niveaux sur chacune des porteuses en quadrature.

Dans ce cas : $n=2$, $M=4$ et $\varphi_k = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$

Les bits du train binaire entrant sont groupés par deux pour former des symboles correspondant aux c_k qui prennent alors leurs valeurs dans un alphabet de 4 éléments suivant :

$\{ e^{j\varphi_k} \}$ où $\varphi_k = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$. On peut aussi considérer que a_k et b_k prennent simultanément leurs valeurs dans l'alphabet $\{ \cos(\varphi_k) \}$ et $\{ \sin(\varphi_k) \}$.

Le tableau suivant précise les différentes valeurs en fonction du symbole à transmettre.

Bit pair	Bit impair	Symbole	φ_k	a_k	b_k	$a_k\sqrt{2}$	$b_k\sqrt{2}$
0	0	00	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
1	0	01	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	1
1	1	11	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
0	1	10	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	-1

Ce tableau met en évidence la relation simple qui existe entre les bits pairs et les a_k , et entre les bits impairs et les b_k . A une homothétie près et en désignant par $\{ i_k \}$ la suite des valeurs du train binaire au rythme de $T_b = \frac{T}{2}$ on obtient : $a_k = 1 - 2.i_{2k}$ et $b_k = 1 - 2.i_{2k+1}$.

$$m(t) = A. \sum (1 - 2.i_{2k}).g(t - kT). \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A. \sum (1 - 2.i_{2k+1}).g(t - kT) \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$m(t) = a(t). \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t). \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Soit, en ne considérant que l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T[$:

$$m(t) = A.(1 - 2.i_{2k}) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A.(1 - 2.i_{2k+1}) \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$m(t) = A.a_k. \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A.b_k. \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

De façon imagée, nous pouvons dire que le train binaire entrant $\{ i_k \}$ est aiguillé en un train binaire $\{ a_k \}$ sur la voie en phase pour les bits pairs, et un train binaire $\{ b_k \}$ sur la voie en quadrature pour les bits impairs. La vitesse des trains binaires $\{ a_k \}$ et $\{ b_k \}$ est deux fois plus lente que la vitesse du train binaire entrant $\{ i_k \}$.

❖ La constellation "MDP-4"

La constellation MDP-4 est représentée figure 18. Elle montre que l'affectation des bits aux points de la constellation se fait en général selon un codage de Gray.

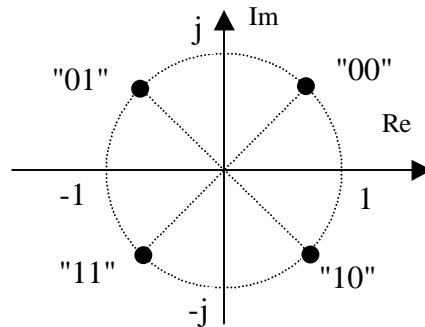


Figure 18 : Constellation de la modulation de phase MDP-4

❖ Chronogramme de "MDP-4"

La figure 19 représente un chronogramme de la modulation de phase MDP-4. Elle met en évidence la distribution des bits numérotés du train binaire entrant $\{ i_k \}$ vers les trains binaires $\{ a_k \}$ et $\{ b_k \}$ ainsi que le retard à introduire sur la voie en phase pour réaligner les deux flux de bits. On observe aussi que la phase du signal modulé $m(t)$ peut changer de $0, \pm \frac{\pi}{2}$, ou π radians lors du passage d'un symbole à un autre ce qui n'a, bien entendu, rien de surprenant lorsque l'on regarde la constellation de la MDP-4.

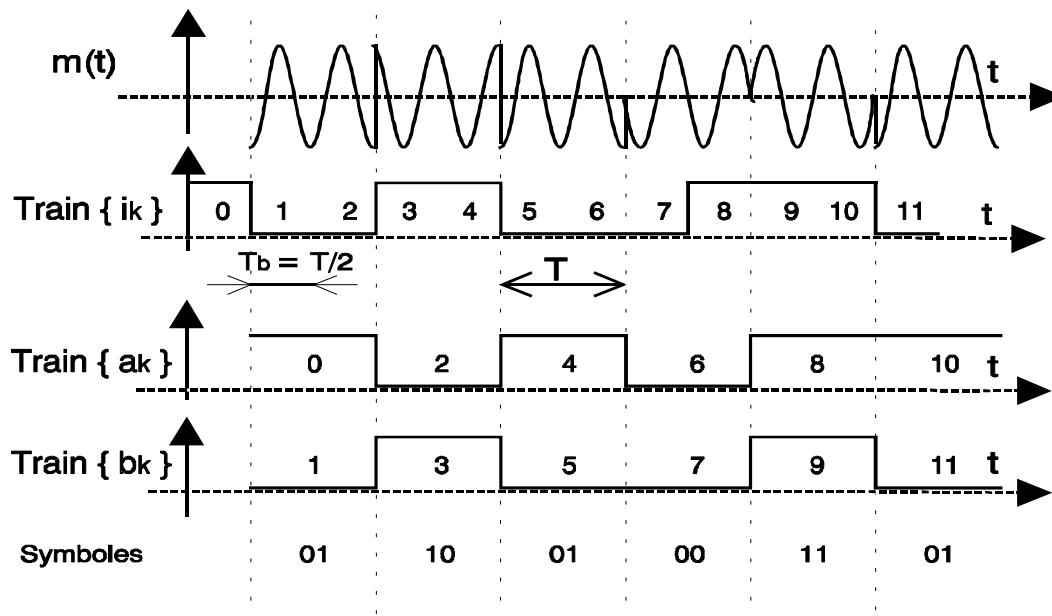


Figure 19 : Chronogramme de la modulation de phase MDP-4

❖ Modulation et démodulation

Le schéma synoptique du modulateur qui est présenté à la figure 20 montre le démultiplexage du train binaire à l'entrée du modulateur en deux trains binaires sur les voies en phase et en quadrature. Les deux trains binaires sont alors codés en NRZ. La suite du schéma représente la relation $m(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ et fait donc appel à deux multiplieurs.

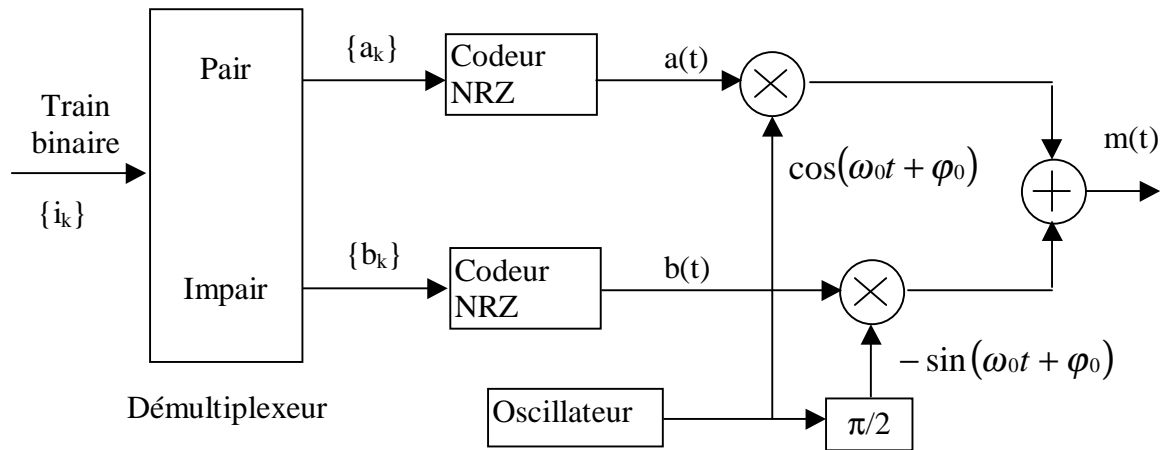


Figure 20 : Modulateur MDP-4

La démodulation cohérente est applicable lorsque le récepteur a une connaissance exacte de la fréquence et de la phase de la porteuse. Le schéma synoptique d'un démodulateur cohérent pour la MDP-4 est présenté à la figure 21.

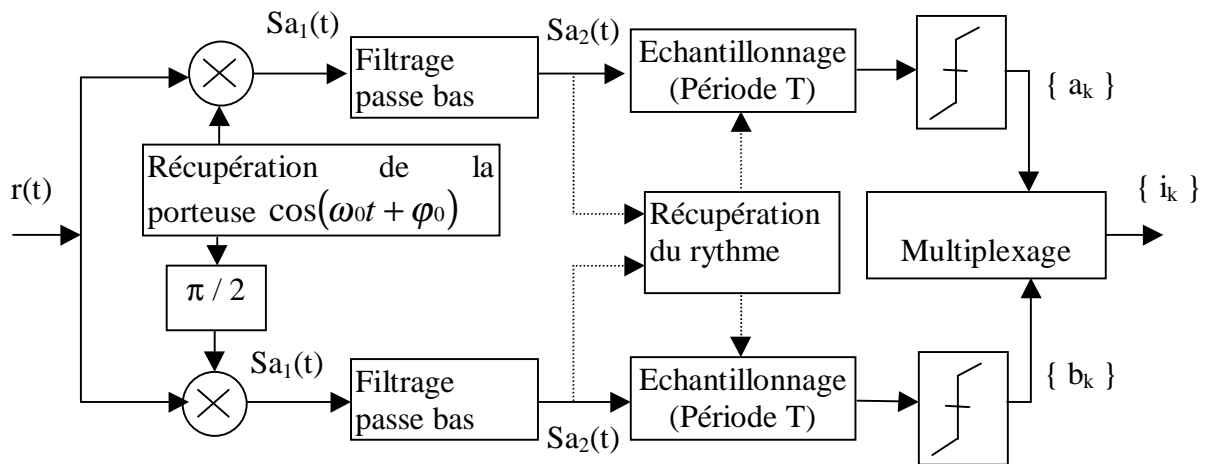


Figure 21 : Démodulateur cohérent MDP-4

Le démodulateur MDP-4 est essentiellement constitué de deux démodulateurs MDP-2. En effet, le signal reçu (après un filtrage passe-bande éventuel) est démodulé dans deux voies parallèles par deux porteuses en quadrature. Certaines techniques permettent de synchroniser l'oscillateur local avec la porteuse à l'émission. Le signal en quadrature est généré à partir de l'oscillateur local et d'un déphaseur de $\pi/2$.

Soit $r(t) = a_k \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ le signal non bruité reçu par le récepteur dans l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T[$. Pour la voie A et après multiplication avec la porteuse récupérée, on obtient :

$$Sa_1(t) = [a_k \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Donc, après filtrage pour éliminer la composante à la fréquence $2f_0$: $Sa_2(t) = \frac{a_k}{2}$.

De la même manière on obtient pour la voie B: $Sb_2(t) = \frac{b_k}{2}$.

Le récepteur doit encore récupérer le rythme des symboles transmis, puis échantillonner les signaux $Sa_2(t)$ et $Sb_2(t)$ au milieu de chaque période. Les trains binaires $\{ a_k \}$ et $\{ b_k \}$ ainsi récupérés sont alors multiplexés pour obtenir le train binaire $\{ i_k \}$.

4.3. Généralisation aux MDP-M

❖ Modulation et démodulation

Le schéma du modulateur MDP-4 ne se généralise pas aux modulateurs MDP-M pour $M > 4$. Les bits du train entrant sont groupés par $n = \log_2 M$ bits pour former des symboles c_k qui sont répartis sur un cercle et vérifient :

$$c_k = a_k + j b_k = e^{j\varphi_k} \quad \text{avec : } a_k = \cos(\varphi_k) \quad b_k = \sin(\varphi_k)$$

$$\text{et } \varphi_k = \frac{\pi}{M} + k \frac{2\pi}{M}$$

Or nous avons montré que a_k module en amplitude la porteuse en phase et b_k module en amplitude la porteuse en quadrature. Une solution générale [4 p144] pour générer les a_k et les b_k à partir du train entrant $\{ i_k \}$ est de faire intervenir deux convertisseurs N/A ainsi qu'une logique de contrôle dans le modulateur (Voir figure 22).

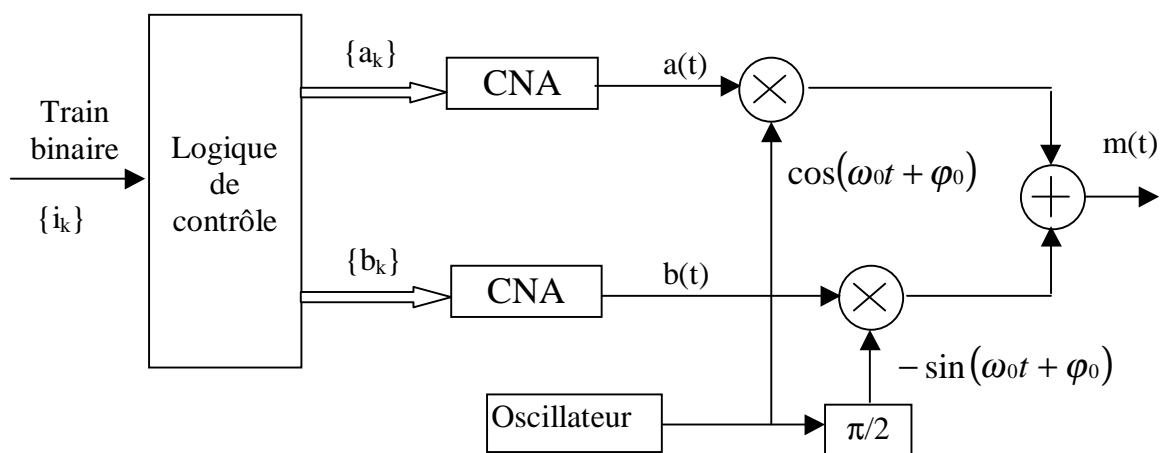


Figure 22 : Modulateur MDP-M

De même le démodulateur fait intervenir deux convertisseurs A/N ainsi qu'une logique de décodage pour déterminer les symboles puis régénérer le train de bits reçus (Voir figure 23).

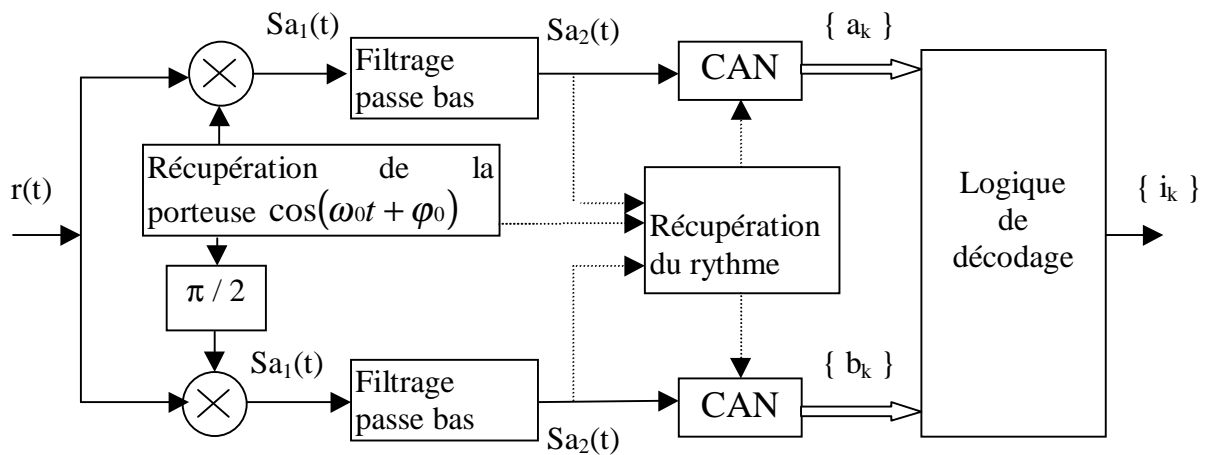


Figure 23 : Démodulateur MDP-M

❖ **Spectre et efficacité spectrale :**

Pour une même rapidité de modulation $R = \frac{1}{T}$, le spectre du signal modulé de la MDP-M est identique à celui du signal MDP-2.

Toujours pour une même rapidité de modulation, le débit binaire, $D = \frac{1}{T_b}$, de la MDP-M est multiplié par $n = \log_2 M$ par rapport celui de la MDP-2. Autrement dit, pour un spectre identique (et donc largeur de bande B constante), l'efficacité spectrale $\eta = \frac{D}{B}$ est multiplié par $n = \log_2 M$.

M	Modulation	Débit Binaire : D	Efficacité Spectrale : η
2	MDP-2	D	η
4	MDP-4	$2.D$	$2.\eta$
8	MDP-8	$3.D$	$3.\eta$
16	MDP-16	$4.D$	$4.\eta$

Le tableau ci-dessus montre le gain obtenu sur le débit binaire et sur l'efficacité spectrale pour diverses modulation MDP-M, ceci pour une même rapidité de modulation.

❖ **Les performances**

L'augmentation de M réduit la distance entre symboles adjacents sur la constellation et cela dégrade naturellement les performances.

Comme nous l'avions fait pour les MDA, il est possible de comparer les MDP entre elles, en utilisant la probabilité d'erreur par symbole P_s en fonction du rapport $\frac{E_b}{N_0}$. Rappelons que E_b représente l'énergie émise par bit, et, N_0 représente la densité spectrale de puissance de bruit. En fonction de ce rapport, on trouve en bibliographie [5 p265] que la probabilité d'erreur par

symbole est donnée par la relation :
$$P_s(e) = \text{erfc} \left(\sqrt{\log_2 M} \cdot \frac{E_b}{N_0} \cdot \sin \frac{\pi}{M} \right)$$

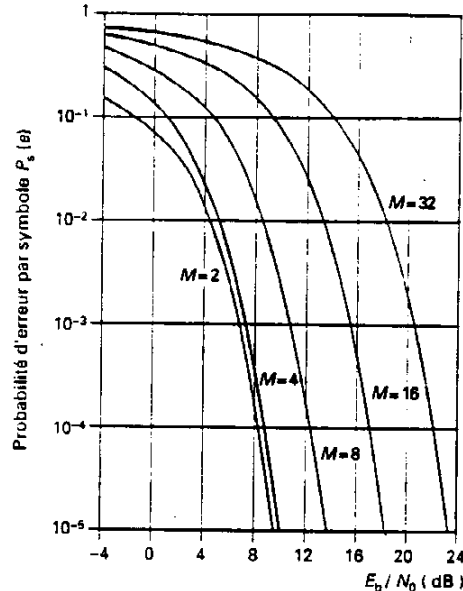


Figure 24 : Probabilité d'erreur par symbole de la MDP

Cette probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$ est tracée à la figure 24 pour M allant de 2 à 32 en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$. On constate que pour conserver une probabilité d'erreur par symbole constante lorsque M augmente, il faut aussi augmenter le rapport $\frac{E_b}{N_0}$. Autrement dit, il faut augmenter l'énergie émise par bit E_b .

Pour $M = 8$, le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ nécessaire à une probabilité d'erreur donnée est 4 dB plus grand que pour $M = 4$. Pour M grand, le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ doit être augmenté de 6 dB chaque fois que l'on double M c'est-à-dire chaque fois que l'on ajoute un bit par symbole émis.

Dans le cas de l'utilisation d'un code de Gray et en négligeant la probabilité d'erreur entre symboles non voisins, alors la probabilité d'erreur par bit $P_b(e)$ peut s'écrire :

$$P_b(e) = \frac{P_s(e)}{\log_2 M}$$

4.4. Conclusion sur la MDP

La tentation d'augmenter M (c'est à dire le nombre de bits transmis par symbole) est grande et présente les avantages et les inconvénients suivants :

- L'efficacité spectrale $\eta = \frac{1}{TB} \log_2 M$ augmente, (pour une largeur de la bande B donnée).
- La probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$ augmente aussi, et, pour ne pas la dégrader il est nécessaire d'augmenter le rapport signal sur bruit, cette augmentation restant raisonnable jusque $M = 16$.
- Nous avons vu que la complexité de l'ensemble émission/réception de la MDP augmente avec M . Cependant cette complexité n'est pas très élevée et fait de la MDP une modulation fréquemment utilisée pour M allant de 2 à 16 avec de bonnes performances.
- Dans les inconvénients de la MDP, citons l'existence de sauts de phase importants de $\pm \pi$ radians qui font apparaître des discontinuités d'amplitude. Les modulations décalés sont une solution à ce problème.

Remarque :

La forme rectangulaire de l'impulsion, qui est une condition nécessaire pour le maintien de la propriété d'enveloppe constante, implique que la largeur de bande du signal MDP est infinie. Pour économiser le spectre un filtrage réduisant la bande occupée par le signal et entraînant une détérioration acceptable de l'enveloppe s'impose donc. Ainsi dans la pratique le signal MDP est un MDP filtré, il perd la forme d'impulsion rectangulaire, mais il conserve la constellation circulaire.

4.5. Comparaison de la MDA et la MDP

La comparaison de la MDA avec la MDP en fonction de M peut se faire à partir des courbes de probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$. Par exemple, pour une probabilité d'erreur par symbole $P_s(e)$ de 10^{-5} et pour un rapport signal à bruit $\frac{E_b}{N_0}$ de 14 dB, la MDA ne peut émettre que 2 bits par symbole ($M = 4$), là où la MDP peut en émettre 3 ($M = 8$).

- Ceci donne un net avantage à la MDP pour M allant de 2 à 16. Pour des valeurs de M supérieures à 16 la dégradation des performances de la MDP conduit à rechercher d'autres modulations aux prix d'une complexité accrue des modulateurs et des démodulateurs.
- Du point de vue de la simplicité de réalisation c'est la MDA qui est avantagée, ceci venant du fait qu'elle est toujours mono dimensionnelle

5. MODULATION D'AMPLITUDE SUR DEUX PORTEUSES EN QUADRATURE (MAQ)

Les modulations d'amplitude sur deux porteuses en quadrature (MAQ) sont aussi appelées par leur abréviation anglaise : QAM pour "Quadrature Amplitude modulation". C'est une modulation dite bidimensionnelle.

La MDA et la MDP ne constituent pas une solution satisfaisante pour utiliser efficacement l'énergie émise lorsque le nombre de points M est grand. En effet, dans la MDA les points de la constellation sont sur une droite, et dans la MDP les points sont sur un cercle. Or, la probabilité d'erreur est fonction de la distance minimale entre les points de la constellation, et la meilleure modulation est celle qui maximise cette distance pour une puissance moyenne donnée. Un choix plus rationnel est alors une modulation qui répartit les points uniformément dans le plan.

Pour faire cela, nous avons vu que le signal modulé $m(t)$ peut s'écrire :

$$m(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

et que les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$ ont pour expression :

$$a(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b(t) = \sum_k b_k \cdot g(t - kT)$$

Le signal modulé $m(t)$ est donc la somme de deux porteuses en quadrature, modulées en amplitude par les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$.

5.1. Les constellations MAQ-M

Les symboles a_k et b_k prennent respectivement leurs valeurs dans deux alphabets à M éléments (A_1, A_2, \dots, A_M) et (B_1, B_2, \dots, B_M) donnant ainsi naissance à une modulation possédant un nombre

$E = M^2$ états. Chaque état est donc représenté par un couple (a_k, b_k) ou ce qui revient au même par un symbole complexe $c_k = a_k + j b_k$.

Dans le cas particulier mais très fréquent où M peut s'écrire $M = 2^n$, alors les a_k représentent un mot de n bits et les b_k représentent aussi un mot de n bits. Le symbole complexe $c_k = a_k + j b_k$ peut par conséquent représenter un mot de $2n$ bits. L'intérêt de cette configuration est que le signal $m(t)$ est alors obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles a_k et b_k indépendants.

De plus, les symboles a_k et b_k prennent très souvent leurs valeurs dans un même alphabet à M éléments.

Par exemple, la MAQ-16 est construite à partir de symboles a_k et b_k qui prennent leurs valeurs dans l'alphabet $\{\pm d, \pm 3d\}$ où d est une constante donnée. Une représentation de la constellation de cette modulation est donnée figure 25. La MAQ-16 a été souvent utilisée, notamment pour la transmission sur ligne téléphonique du RTC (à 9600 bit/s) et pour les faisceaux hertziens à grande capacité (140 Mbits/s) développés dans les années 1980.

Plus généralement lorsque les symboles a_k et b_k prennent leurs valeurs dans l'alphabet $\{\pm d, \pm 3d, \pm 5d, \dots, \pm(M-1)d\}$ avec $M = 2^n$, on obtient une modulation à 2^{2n} états et une constellation avec un contour carré dont font partie la MAQ-4, la MAQ-16, la MAQ-64 et la MAQ-256.

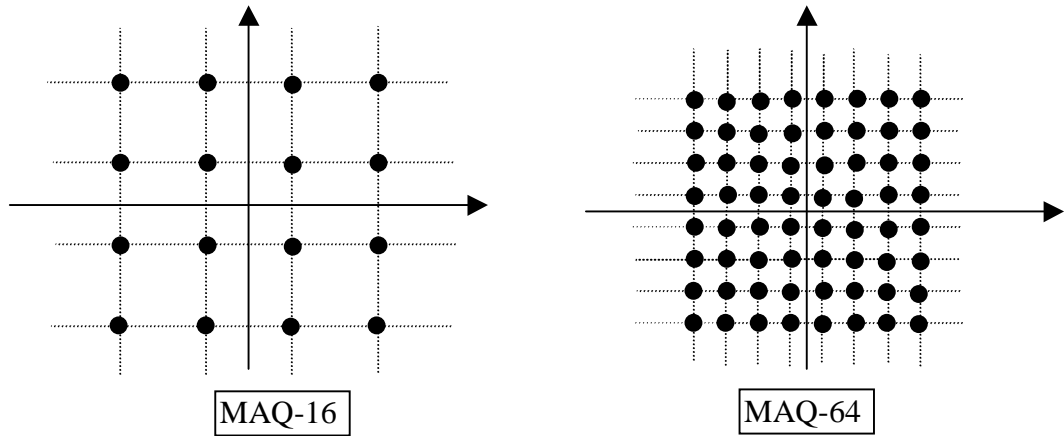


Figure 25 : Constellations MAQ-16 et MAQ-64

5.2. Modulation et démodulation

Lorsque le signal $m(t)$ est obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles a_k et b_k indépendants, cela simplifie le modulateur et le démodulateur.

En effet, pour le modulateur le train binaire entrant $\{i_k\}$ est facilement divisé en deux trains $\{a_k\}$ et $\{b_k\}$ (voir figure 26).

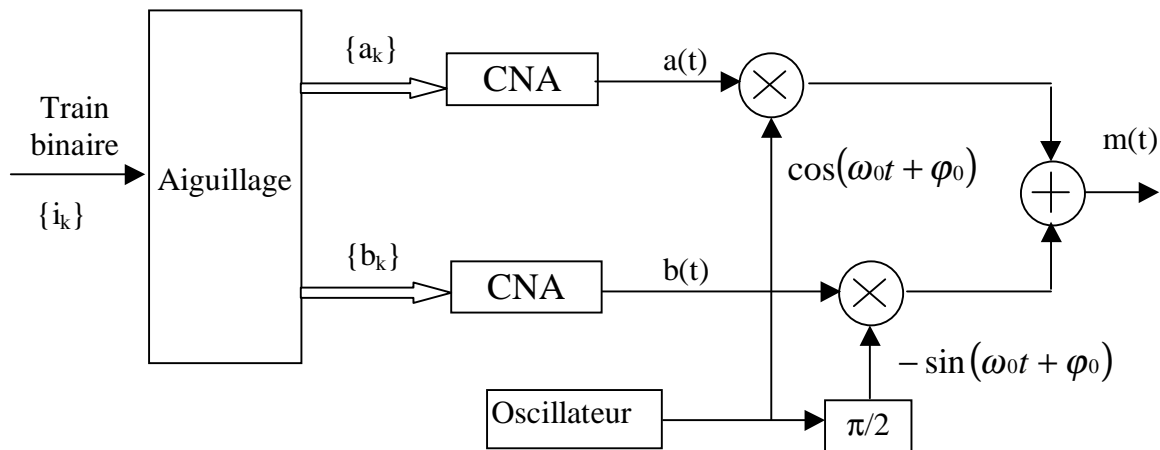


Figure 26 : Modulateur MAQ-M

La réception d'un signal MAQ fait appel à une démodulation cohérente et par conséquent nécessite l'extraction d'une porteuse synchronisée en phase et en fréquence avec la porteuse à

l'émission. Le signal reçu est démodulé dans deux branches parallèles, sur l'une avec la porteuse en phase et sur l'autre avec la porteuse en quadrature. Les signaux démodulés sont convertis par deux CAN, puis une logique de décodage détermine les symboles et régénère le train de bits reçus. Le synoptique du démodulateur MAQ-M est très voisin de celui proposé pour la démodulation MDP.

5.3. Efficacité spectrale :

Pour une même rapidité de modulation $R = \frac{1}{T}$, le débit binaire $D = \frac{1}{T_b}$ de la MAQ-M est multiplié par $n = \log_2 M$ par rapport celui de la MAQ-2. Autrement dit, pour une largeur de bande B donnée, l'efficacité spectrale $\eta = \frac{D}{B}$ est multiplié par $n = \log_2 M$.

n	M=2 ⁿ	Modulation	Débit Binaire : D	Efficacité Spectrale : η
1	2	MAQ-2	D	η
2	4	MAQ-4	2.D	2.η
4	16	MAQ-16	4.D	4.η
6	64	MAQ-64	6.D	6.η
8	256	MAQ-256	8.D	8.η

Le tableau ci-dessus montre le gain obtenu sur le débit binaire et sur l'efficacité spectrale pour diverses modulations MAQ-M, ceci pour une même rapidité de modulation. L'intérêt d'augmenter M, même au prix d'une complexité accrue, est évident.

5.4. "MAQ" : une généralisation de la MDA et de la MDP

En ne considérant le signal m(t) que pendant une période T, on a :

$$m(t) = a_k \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \text{Re}[(a_k + j b_k) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}]$$

avec : $c_k = a_k + j b_k = A_k \cdot e^{j\varphi_k}$ en posant : $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ et $\varphi_k = \text{arctg}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$

Le signal m(t) s'écrit alors : $m(t) = A_k \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$

Cette écriture montre que la modulation MAQ peut être considérée comme une modulation simultanée de la phase et de l'amplitude :

- Ainsi la modulation de phase MDP peut être considérée comme une modulation MAQ où A_k est constant.
- De même, la modulation d'amplitude MDA peut être considérée comme une modulation MAQ où les b_k sont nuls

Cette écriture justifie aussi l'appellation de "Modulation par Déplacement d'Amplitude et de Phase" (MDAP) parfois donnée à la MAQ.

- La modulation CIR(4,4,4,4) à 4 amplitudes et 4 phases, dont la constellation est donnée figure 27, en est un exemple et a donné lieu à des applications (UIT Avis V29).

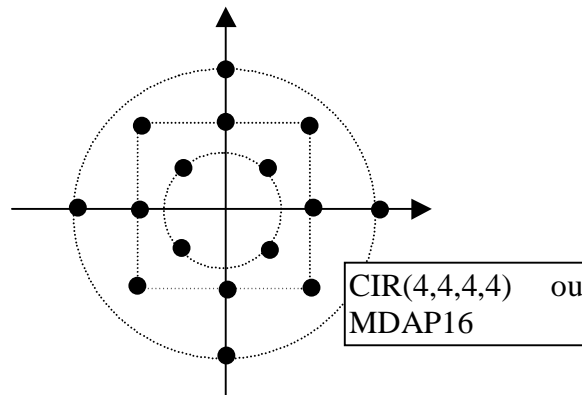


Figure 27 : Constellation de la MDAP-16.

6. MODULATION PAR DEPLACEMENT DE FREQUENCE (MDF)

Les Modulations par Déplacement de fréquence (MDF) sont aussi souvent appelées par leur abréviation anglaise : FSK pour "Frequency Shift Keying".

Le signal modulé $m(t)$ peut s'écrire : $m(t) = \text{Re}[e^{j\Phi(t)} \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}]$

Une propriété de la modulation par déplacement de fréquence est d'avoir une enveloppe constante : $e^{j\Phi(t)} = \text{Cte}$.

L'expression du signal modulé par déplacement de fréquence s'écrit aussi plus simplement, et en prenant $\varphi_0 = 0$, par : $m(t) = \cos(\omega_0 t + \Phi(t)) = \cos(2\pi f_0 t + \Phi(t))$

C'est la **dérivée** de la phase $\Phi(t)$ qui est reliée de façon simple (linéaire) à la valeur des symboles, le tout constituant une relation non linéaire.

La *fréquence instantanée* $f(t)$ du signal $m(t)$ est obtenue par dérivation de la phase

$$2\pi f_0 t + \Phi(t) \text{ par rapport au temps : } f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt}$$

Dans cette expression f_0 représente la *fréquence centrale* : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$,

et $\frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt}$ représente la *déviaton de fréquence* par rapport à la fréquence f_0 .

Appelons Δf la différence de la *fréquence instantanée* correspondant à l'émission de deux symboles adjacents ; Et soit a_k un symbole appartenant à l'ensemble $\{ \pm 1, \pm 3, \dots \pm(M-1) \}$. La *déviaton de fréquence* s'écrit alors, suivant la valeur à transmettre :

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta f}{2} \sum_k a_k g(t - kT) \text{ où } g(t) \text{ est l'impulsion rectangulaire de durée } T.$$

alors :
$$\frac{d\Phi}{dt} = \pi \Delta f \sum_k a_k g(t - kT)$$

La phase étant l'intégrale de la fréquence, on obtient après intégration de l'expression précédente et pour t appartenant à l'intervalle $[kT, (k+1)T[$:

$$\Phi(t) = \pi \cdot \Delta f \cdot a_k \cdot (t - kT) + \theta_k \quad \text{où } \theta_k = \Phi(kT) \text{ est une constante.}$$

Cette expression montre que la phase varie linéairement sur l'intervalle $[kT, (k+1)T[$ et que cette variation est de: $\pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_k$

En reportant l'expression de $\Phi(t)$ dans la relation $f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt}$, on obtient :

La *fréquence instantanée* :
$$f(t) = f_0 + \frac{\Delta f}{2} a_k$$

L'expression du signal modulé :
$$m(t) = \cos\left(2\pi\left(f_0 + \frac{\Delta f}{2} a_k\right)t\right)$$

On peut aussi définir l'*indice de modulation* $\mu = \Delta f \cdot T$ qui conditionne la forme de la densité spectrale du signal modulé.

6.1. La modulation MDF à phase discontinue

Dans les Modulations par Déplacement de fréquence, on trouve les MDF à phase discontinue pour lesquelles la phase aux instants de transition kT peut sauter brusquement.

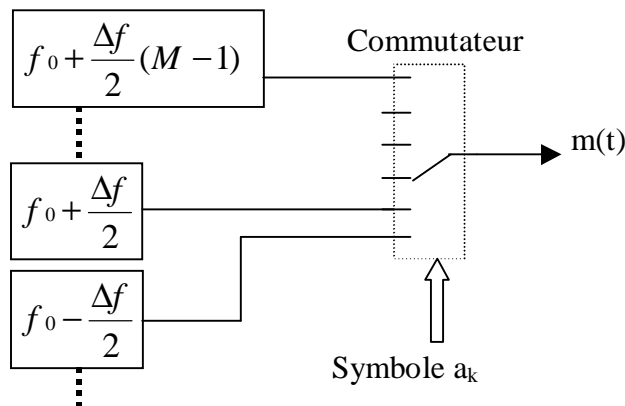


Figure 28 : Modulateur MDF à commutation d'oscillateurs

Le modulateur MDF le plus simple, représenté figure 28, est constitué d'oscillateurs différents. La différence de fréquence entre deux oscillateurs voisins est Δf . La fréquence instantanée du signal modulé saute d'une valeur à l'autre à chaque changement de symbole. Ceci ne permet pas de garantir la continuité de phase de $m(t)$ et, par conséquent, le spectre occupé par ce type de modulation est très large. En effet, plus un signal est régulier, (ou plus il est dérivable à un ordre élevé) et plus son spectre décroît rapidement.

L'intérêt de la MDF à phase discontinue réside dans la simplicité de réalisation du modulateur et dans la possibilité d'une démodulation non cohérente.

❖ **Exemple: MDF binaire à phase discontinue**

Dans le cas d'une MDF binaire, a_k prend sa valeur dans l'alphabet $\{-1, 1\}$ en fonction de la donnée "0" ou "1" à transmettre. Un chronogramme est présenté figure 29 où l'on observera les discontinuités de phase.

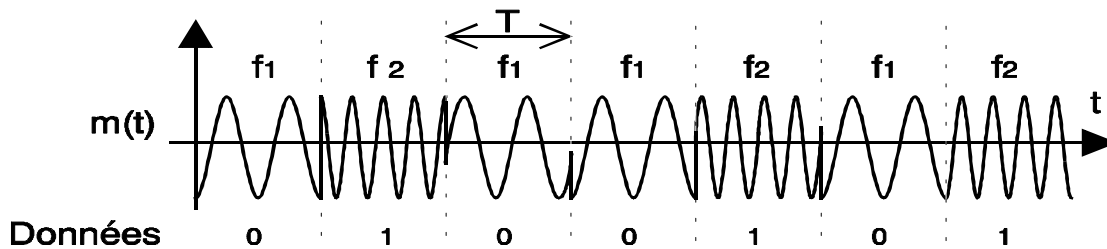


Figure 29 : Chronogramme MDF binaire à phase discontinue

Dans un intervalle de temps donné $[kT, (k+1)T]$, la fréquence instantanée $f(t) = f_0 + \frac{\Delta f}{2} a_k$ devient :

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} \text{ ou } f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} .$$

La fréquence centrale s'écrit $f_0 = \frac{f_1 + f_2}{2}$ et l'excursion de fréquence est : $\Delta f = |f_2 - f_1|$

L'expression du signal modulé est: $m(t) = \cos\left(2\pi\left(f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}\right)t\right)$

6.2. La modulation MDF à phase continue MDF-PC

Dans les Modulations par Déplacement de fréquence, on trouve les MDF avec continuité de phase pour lesquelles la phase varie de façon continue aux instants de transition kT .

Reprenons l'expression de la phase $\Phi(t) = \pi \cdot \Delta f \cdot a_k \cdot (t - kT) + \theta_k$ et intéressons nous à la constante d'intégration θ_k , pour qu'il y ait continuité de phase entre la fin de l'émission du symbole a_{k-1} et le début de l'émission du symbole a_k :

La phase au début de l'émission du symbole a_k doit être égale à la phase au début de l'émission du symbole a_{k-1} augmentée de la variation de la phase $\pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_{k-1}$ pendant l'émission de ce symbole a_{k-1} . Ceci s'écrit simplement : $\theta_k = \theta_{k-1} + \pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_{k-1}$.

Cette condition de continuité est réalisée quand on utilise un oscillateur unique dont on module la fréquence.

Un exemple de modulateur MDF-M-PC est représenté figure 30. Il est constitué d'une logique de codage permettant de charger un convertisseur N/A dont la tension de sortie, en forme de paliers, est représentative du symbole à transmettre. Cette sortie du CNA module alors un oscillateur commandé par tension (VCO).

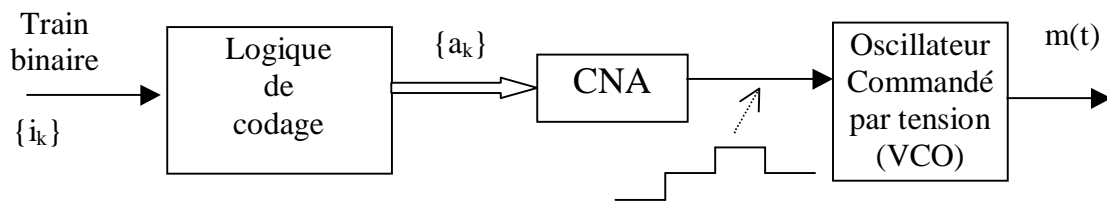


Figure 30 : Modulateur MDF-M-PC

Un synoptique de démodulateur MDF-M-PC est représenté figure 31. Il est constitué d'un discriminateur de fréquence dont la sortie fournit un signal analogique à plusieurs niveaux. Ce signal analogique est envoyé dans un convertisseur analogique numérique (CAN) dont la sortie est décodée pour déterminer les symboles et régénérer le train de bits reçus.

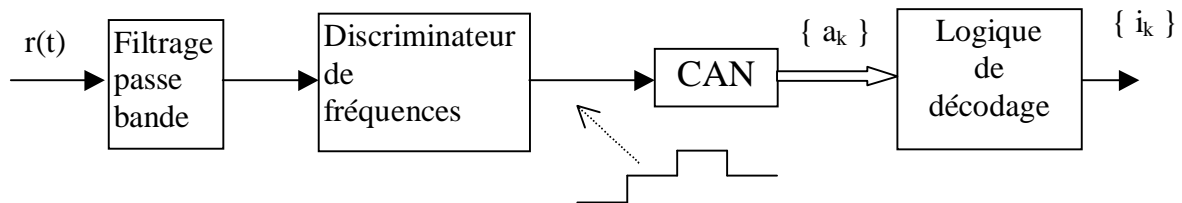


Figure 31 : Démodulateur MDF-M-PC

❖ Exemple: MDF binaire à phase continue

Le cas d'une MDF binaire à phase continue (MDF-2-PC) où a_k prend sa valeur dans l'alphabet $\{-1, 1\}$ en fonction de la donnée "0" ou "1" à transmettre, est présenté figure 32.

On remarquera la continuité de phase.

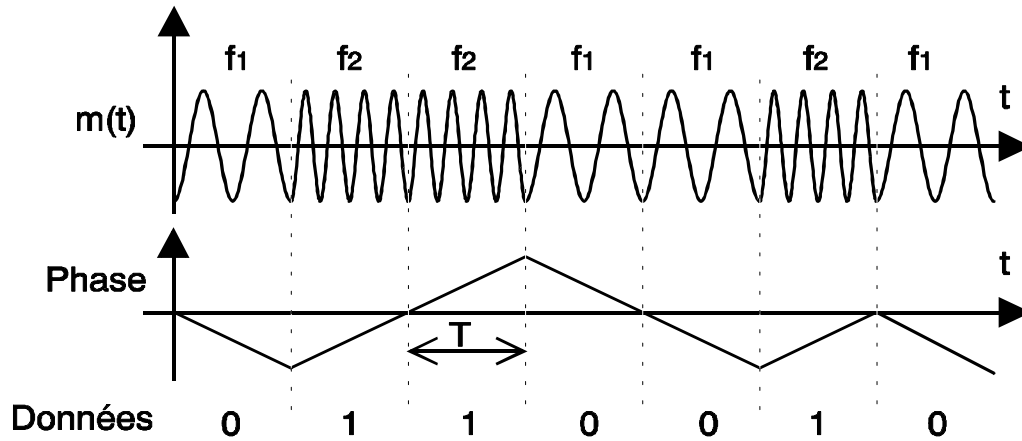


Figure 32 : Chronogramme d'une MDF binaire à phase continue

Nous avons vu que la phase varie linéairement de $\pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_k$ sur l'intervalle $[kT, (k+1)T]$ et que l'indice de modulation est $\mu = \Delta f \cdot T$.

La variation de la phase pendant une période T d'émission d'un symbole est donc égale à : $\pi \cdot \mu \cdot a_k$. On peut alors représenter cette variation de la phase dans le temps pour des symboles binaires $a_k = \pm 1$. Cette représentation, figure 33, porte le nom de "treillis des phases".

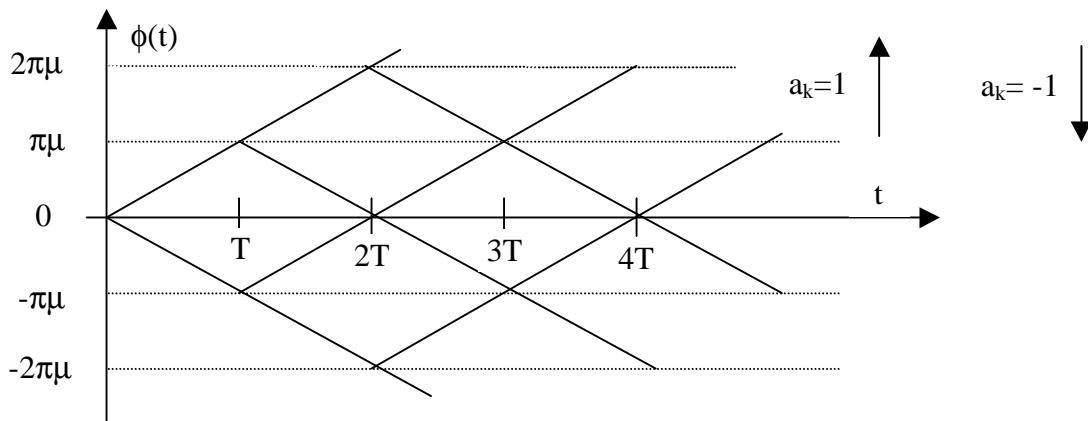


Figure 33 : Treillis des phases en MDF binaire à phase continue.

6.3. Les performances

Il est possible de comparer les MDF-M entre elles, en utilisant la probabilité d'erreur par bit en fonction du rapport $\frac{E_b}{N_0}$. Les courbes données ici, figure 34, correspondent à une MDF-M avec détection cohérente et sont voisines d'une MDF-M avec détection non cohérente [5 p297].

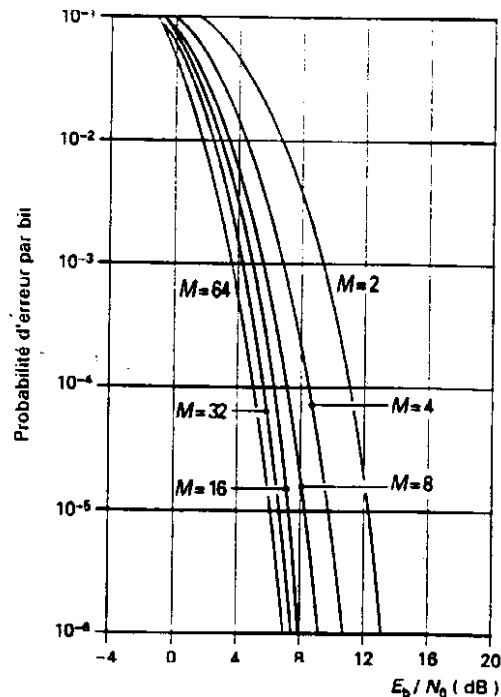


Figure 34 : Probabilité d'erreur par bit de la MDF

Ces courbes montrent que contrairement aux modulations MDA et MDP, les performances sont améliorées lorsqu'on augmente M . Cependant l'augmentation de M entraîne aussi l'augmentation de l'occupation spectrale.

6.4. Conclusion sur la MDF

Nous avons trouvé deux types de Modulation par Déplacement de fréquence, chacun ayant présentant des avantages et des inconvénients :

- La MDF à phase discontinue :
 - Elle est simple de réalisation.
 - Son principal défaut est la grande bande passante dont elle a besoin pour pouvoir transmettre les sauts de phase.
- La MDF avec continuité de phase :
 - Elle est plus complexe à réaliser.
 - Elle requiert une bande passante plus étroite.

Elles ont en commun d'avoir une densité spectrale de puissance compliquée à calculer en raison du caractère non linéaire de la MDF.

Exemples d'utilisation :

- La MDF à phase discontinue est fréquemment utilisée dans les systèmes de transmission de données sur voie téléphoniques (MODEM).
- Un cas particulier de la MDF à phase continue est la modulation GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) qui a été choisie pour le système radio cellulaire européen

appelé GSM (Groupe Spécial Mobile) Dans ce cas, $g(t)$ a l'allure d'une Gaussienne et les symboles a_k sont égaux à ± 1 . $g(t)$ est de plus adapté.

7. APPLICATIONS

Les domaines d'applications des diverses techniques de transmission numérique que nous venons d'exposer sont très variés. Quelques-uns sont décrits ci après.

Les modems téléphoniques :

La transmission de données sur le canal téléphonique a été pendant les années 60 et 70 à l'origine du développement d'un grand nombre de techniques de traitement du signal en télécommunications. La transmission d'un grand débit sur le canal téléphonique (sur une bande de fréquence de 3500 Hz environ) a nécessité la mise en oeuvre de modulations à grand nombre d'états comme la MAQ-16, la MAQ-32 et la MAQ-128.

On pensait que le débit ne pourrait pas dépasser les 9,6 kbit/s à cause du rapport S/B limité des liaisons. En fait certaines techniques de codage, de filtrage et l'utilisation de constellations de type treillis ont permis de franchir un saut spectaculaire en matière de qualité et de débit que l'on peut atteindre. On assiste aujourd'hui au développement de modems "VFast" dont le débit atteint 28 kbit/s voir 56 kbit/s sur des liaisons de bonne qualité.

Les faisceaux hertziens :

Au début de la numérisation, les faisceaux hertziens faisaient usage de modulations simples comme la MDP-4 mais l'utilisation efficace du spectre radioélectrique disponible a nécessité le développement de faisceaux hertziens utilisant des modulations à grand nombre d'états comme la MAQ-16 et la MAQ-64. C'est la modulation MAQ-16 qui a permis la transmission d'un débit de 140 Mbit/s dans la bande 6,4-7,1 GHz pour des canaux espacés de 40 MHz. Aujourd'hui, des faisceaux hertziens utilisent la modulation MAQ-256 qui offre un débit de 280 Mbit/s pour des canaux espacés de 30 MHz. Notons que l'émetteur doit avoir une bonne linéarité pour transmettre ce type de modulations.

Le problème principal dans les faisceaux hertziens numériques est la propagation par trajets multiples qui dégrade sérieusement la qualité et limite la possibilité de liaisons à grande capacité. Ce phénomène s'accroît lorsque le nombre d'états de la modulation augmente.

A l'opposé des faisceaux hertziens à grande capacité se trouvent les faisceaux à faible débit (2 Mbit/s) et à faible coût dans lesquels l'efficacité spectrale n'est pas primordiale. Les modulations utilisées sont en général des MDF-PC à deux ou à quatre états qui permettent d'utiliser une amplification non linéaire dans l'émetteur.

Les transmissions par satellite:

Les transmissions par satellite sont caractérisées par une forte atténuation de l'espace et une puissance limitée de l'émetteur à bord du satellite. Ces considérations privilégient l'efficacité en puissance (l'immunité au bruit) contre l'efficacité spectrale des liaisons. Les modulations les plus souvent utilisées sont la MDP-2, la MDP-4 et la MDP-8

Avec ces modulations, l'amplificateur de puissance à bord du satellite peut être utilisé proche de sa saturation, ce qui permet d'employer efficacement la puissance disponible. Toutefois, on assiste aujourd'hui à un intérêt croissant à utiliser les modulations MDP-16 et MAQ-16 associées à un codage puissant. Le standard en Europe pour la radiodiffusion de la télévision numérique par satellite est basé sur une MDP-4.

Les radiocommunications avec les mobiles :

Les systèmes de radiocommunications numériques se répandent très rapidement dans le monde entier. Les systèmes cellulaires américains et japonais utilisent une modulation différente de celle employée dans le système européen. La modulation utilisée aux Etats-Unis et au Japon est la $\pi/4$ -DQPSK qui est une MDP-4 dont on tourne les axes d'un angle de $\pi/4$ d'un symbole au suivant. Les rotations de phase de π qui se produisent en π sont ainsi interdites dans cette modulation. Cela élimine les passages par zéro de l'enveloppe du signal et réduit considérablement les fluctuations temporelles de celle-ci.

La modulation utilisée dans le système cellulaire européen, appelé GSM (Groupe Spécial Mobile), est une modulation à enveloppe constante connue sous le nom GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying). C'est une variante de la modulation MSK dont les impulsions à l'entrée du modulateur sont de forme gaussienne. Cette mise en forme temporelle et spectrale lisse la trajectoire de phase du signal et réduit son occupation spectrale par rapport à la modulation MSK d'origine. Le critère de Nyquist est aussi respecté.

Le train de données émis dans une bande de 200 kHz est un multiplex de 8 canaux téléphoniques. Compte tenu du codage correcteur d'erreurs, des bits de synchronisation et d'identification du canal ainsi que des autres données auxiliaires, le débit global est de 270 kbit/s environ.

Systèmes Cellulaires	Américain	Japonais	Européen
Standard	IS-54/-56	PDC	GSM
Gamme de fréquences	Rx :869-894 Tx:824-849	Rx:810-826 Tx:940-956	Rx:925-960 Tx :880-915
Nombre de canaux	832	1600	124
Nombre d'utilisateurs par canal	3	3	8
Espacement des canaux	30 kHz	25 kHz	200 kHz
Modulation	$\pi/4$ -DQPSK	$\pi/4$ -DQPSK	GMSK
Débit binaire	48,6 kbit/s	42 kbit/s	270 kbit/s

La radiodiffusion :

La technique retenue pour la radiodiffusion numérique sonore est le COFDM (Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing) qui est une technique de transmission multiporteuse associée à du codage de canal et à de l'entrelacement. Elle permettra par exemple d'offrir 16 canaux stéréo dans une bande de fréquence radioélectrique de 4 MHz environ.

La radiodiffusion de la télévision numérique par voie terrestre est basée sur la technique COFDM. Elle nécessite une modulation à grande efficacité spectrale comme la MAQ-64

pour diffuser une chaîne de télévision haute définition ou 3 à 4 chaînes de télévision standards dans une bande de fréquence de 8 MHz.

8. CONCLUSION

L'extraordinaire variété des applications que nous venons d'exposer met en évidence l'importance capitale des différentes techniques de transmission numérique sur porteuse.

Un intérêt majeur des transmissions numériques réside dans la possibilité de leur insertion harmonieuse dans les réseaux intégrés numériques qui se développent de jour en jour. Un autre avantage réside dans la possibilité de conserver l'intégrité de l'information à transmettre, ce qui est tout à fait impossible avec une transmission analogique. Cependant, la simplicité d'utilisation des modulations analogiques traditionnelles fait qu'elles ne sont pas encore reléguées au musée des techniques désuètes.

Les systèmes modernes de communication numérique sont complexes et requièrent des circuits de modulation et de démodulation de plus en plus sophistiqués. Nous avons examiné un certain nombre de modulations qui sont aujourd'hui utilisées. Il s'avère que le choix d'un type de modulation est toujours déterminé par les contraintes de l'application. Le développement des transmissions numériques s'est appuyé sur les progrès rapides réalisés dans le domaine des circuits intégrés de traitement des signaux. Ainsi, l'utilisation de solutions intégrées devient indispensable au fur et à mesure que le niveau de complexité des systèmes s'accroît et que le prix consenti par le consommateur diminue.

9. LISTE DES ABREVIATIONS

- CAN Convertisseur Analogique Numérique
- CNA Convertisseur Numérique Analogique
- DSP Densité Spectrale de Puissance
- MAQ Modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature
(*QAM Quadrature Amplitude modulation*)
- MDA Modulation par Déplacement d'Amplitude
(*ASK Amplitude Shift Keying*)
- MDAP Modulation par Déplacement d'Amplitude et de Phase
- MDF Modulation par Déplacement de Fréquence
(*FSK Frequency Shift Keying*)
- MDP Modulation par Déplacement de Phase
(*PSK Phase Shift Keying*)
- MDPD Modulation par Déplacement de Phase Différentiel
(*DPSK Differential Phase Shift Keying*)
- NRZ Non Retour à Zéro
- PLL *Phase Lock Loop*
- VCO *Voltage controlled Oscillator*

10. BIBLIOGRAPHIE

- [1] GLAVIEUX Alain / JOINDOT Michel, Communications numériques, Paris, Masson, 1996.
- [2] BIC J.C. / DUPONTEIL D. / IMBEAUX J.C., Eléments de communications numériques, Transmission sur fréquence porteuses, Paris, Dunod, 1986.
- [3] F.de COULON, Théorie et traitement des signaux, Paris, Dunod, 1984.
- [4] LAWRENCE E. LARSON, RF and Microwave Circuit Design for Wireless Communications, Boston London, Artech House, 1996
- [5] John G. PROAKIS, Digital communications, USA, McGraw-Hill 1989

- [6] Michel DEGAUQUE, Transmission numérique sur porteuse : ASK, FSK et PSK. Probatoire du CNAM de Bordeaux, juillet 1998.